KHỐI D -2010

Câu I :

1.KSHS y= $-x^4-x^2+6$

.D=R

.y’= $-4x^3-2x$

.y’=0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 2x^2+1=0\ \text{(VN)} \end{array}\right.$

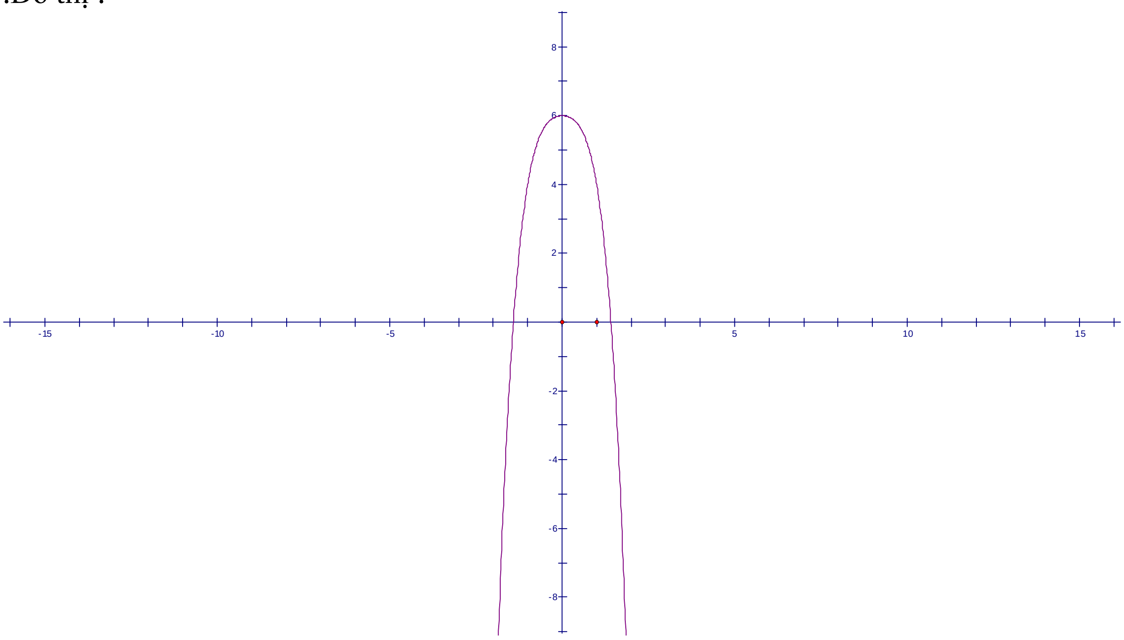
. $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$

x	**-∞**		**0**		**+∞**
y’		+	**0**	-	
y	**-∞**	↗	**6** **CĐ**	↘	**-∞**

Hàm số đồng biến trong khoảng (-∞;0), nghịch biến trong khoảng (0;+∞)

Hàm số đạt cực đại tại x=0 ; $y_{CĐ}=6$

.Đồ thị :



2. $\Delta\perp(d): y=\dfrac{1}{6}x-1 \Rightarrow (\Delta): y=-6x+b$

Δ tiếp xúc (C) $\Leftrightarrow \begin{cases} -x^4-x^2+6=-6x+b \\ -4x^3-2x=-6 \end{cases}$ (*) có nghiệm

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} -x^4 - x^2 + 6 = -6x + b \\ 4x^3 + 2x - 6 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x^4 - x^2 + 6 = -6x + b \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 10 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy (Δ) :y=-6x+10

Câu II :

1. Giải phương trình : sin2x-cos2x+3sinx-cosx-1=0

$\Leftrightarrow$2sinxcox-(2cos^{2}x-1)+3sinx-cosx-1=0

$\Leftrightarrow$ 2sinxcosx-2cos^{2}x+3sinx-cosx=0

$\Leftrightarrow$cosx(2sinx-1)-2(1-sin^{2}x)+3sinx=0

$\Leftrightarrow$cosx(2sinx-1)+2sin^{2}x+3sinx-2=0

$\Leftrightarrow$cosx(2sinx-1)+(2sinx-1)(sinx+2)=0

$\Leftrightarrow$(2sinx-1)(cosx+sinx+2)=0

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = \dfrac{1}{2} \\ \sin x + \cos x + 2 = 0 \ \ (\text{VN}) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in Z)$$

2. Giải phương trình $4^{2x+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3} = 4^{2+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3+4x-4}$ (*)

ĐK : x≥-2

$$(*) \Leftrightarrow 4^{2x+\sqrt{x+2}} - 4^{2+\sqrt{x+2}} = 2^{x^3+4x-4} - 2^{x^3}$$

$$\Leftrightarrow 4^{2+\sqrt{x+2}}(4^{2x-2} - 1) = 2^{x^3}(4^{2x-2} - 1)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4^{2x-2} = 1 \\ 4 + 2\sqrt{x+2} = x^3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ 4 + 2\sqrt{x+2} = x^3 \quad (*) \end{array}\right.$$

Ta thấy : $4 + 2\sqrt{x+2} = x^3 \geq 4 \Rightarrow x > 1$

Từ (*) : $x^3 - 2\sqrt{x+2} - 4 = 0$

Xét f(x)= $x^3 - 2\sqrt{x+2} - 4$ $\quad$ ($x > 1$)

$$f'(x) = 3x^2 - \frac{1}{\sqrt{x+2}} > 0 \ , \forall x > 1$$

$\Rightarrow$f(x) tăng $\forall$x>1

Mặt khác f(2)=0

Do đó pt (*) có nghiệm duy nhất x=2

Vậy nghiệm phương trình x=1;x=2

Câu III : $\mathrm{I} = 2\int_1^e x\ln x dx - 3\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$

* $\mathrm{I}_1 = 2\int_1^e x\ln x dx$

$$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$$

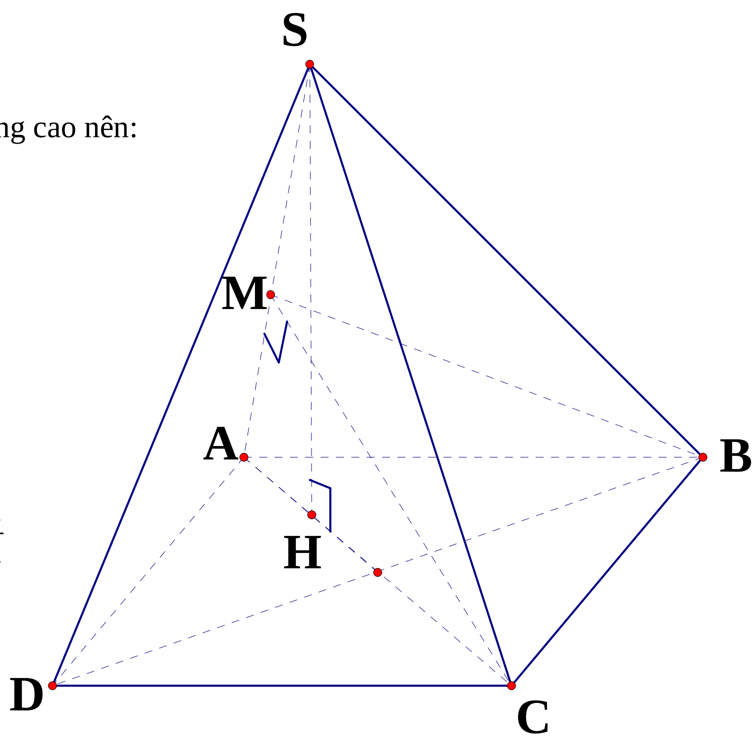
$\mathrm{I}_1 = x^2 \ln x\Big|_1^e - \int_1^e xdx$

$\mathrm{I}_1 = e^2 - \frac{x^2}{2}\Big|_1^e = e^2 - (\frac{e^2}{2} - \frac{1}{2}) = \frac{e^2+1}{2}$

* $\mathrm{I}_2 = 3\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$

$= 3\frac{\ln^2 x}{2}\Big|_1^e = 3(\frac{1}{2} - 0) = \frac{3}{2}$

$\mathrm{I} = \frac{e^2}{2} - 1$



Câu IV (Khối D)

Tam giác SAC có SH và CM là hai đường cao nên:

CM.SA=SH.AC

$$\Rightarrow \mathrm{CM} = \frac{\mathrm{SH.AC}}{\mathrm{SA}} = \frac{\sqrt{\mathrm{SA}^2 - \mathrm{AH}^2}.\mathrm{AC}}{\mathrm{SA}}$$

$$= \frac{\sqrt{\mathrm{a}^2 - \frac{\mathrm{a}^2}{8}}\mathrm{a}\sqrt{2}}{\mathrm{a}} = \frac{\mathrm{a}\sqrt{7}}{2}$$

. Tam giác CMA vuông tại M có

$$\mathrm{AM} = \sqrt{\mathrm{AC}^2 - \mathrm{CM}^2} = \sqrt{2\mathrm{a}^2 - \frac{7\mathrm{a}^2}{4}} = \frac{\mathrm{a}}{2}$$

$\Rightarrow$ M là trung điểm SA

Ta có :

$$.\frac{V_{\mathrm{S.MBC}}}{V_{\mathrm{S.ABC}}} = \frac{\mathrm{SM}}{\mathrm{SA}} \Leftrightarrow \frac{V_{\mathrm{S.MBC}}}{V_{\mathrm{S.ABC}}} = \frac{1}{2}$$

$\Leftrightarrow V_{S.MBC} = \frac{1}{2}V_{S.ABC}$

$= \frac{1}{2}(\frac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC})$

$= \frac{1}{6}\frac{a\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}.\frac{1}{2}a^2$

$= \frac{a^3\sqrt{7}}{24\sqrt{2}}$

Câu V : Tìm giá trị nhỏ nhất y= $\sqrt{-x^2+4x+21}-\sqrt{-x^2+3x+10}$

.ĐK : $\begin{cases} -3 \le x \le 7 \\ -2 \le x \le 5 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \le x \le 5$

.y'= $\frac{-2x+4}{2\sqrt{-x^2+4x+21}} - \frac{-2x+3}{2\sqrt{-x^2+3x+10}}$

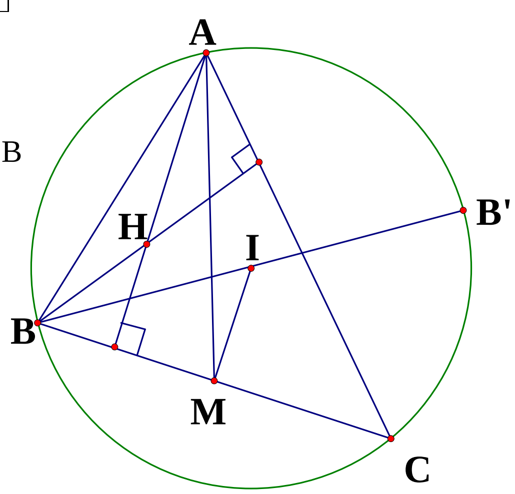
.y'=0 $\Rightarrow (-2x+4)\sqrt{-x^2+3x+10} = (-2x+3)\sqrt{-x^2+4x+21}$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{ll} x = \frac{1}{3} & \text{(nhan)} \\ x = \frac{29}{17} & \text{(loai)} \end{array} \right.$

x	-2		$\frac{1}{3}$		5
y'		-	0	+	
y	3	↘	$\sqrt{2}$	↗	4

Vậy GTNN của hàm số bằng $\sqrt{2}$ khi x= $\frac{1}{3}$

Câu VIa.



1.Gọi M là trung điểm BC , B' là điểm đối xứng của B qua I

Dễ chứng minh AHCB' là hình bình hành

$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C} = 2\overrightarrow{IM}$

$\Rightarrow M(-2;3)$

. BC : qua M và có VTPT $\overrightarrow{IM}$ $\Rightarrow$ (BC):y=3

. C∈BC ⇒C(c;3)

.M là trung điểm BC ⇒B(-4-c;3)

$.\overrightarrow{CH} \perp \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow c^2 + 4c - 61 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c = -2 + \sqrt{65} \quad (n) \\ c = -2 - \sqrt{65} \quad (l) \end{array}\right.$

Vậy $C(-2 + \sqrt{65}; 3)$

2. $\begin{array}{l} (P): x + y + z - 3 = 0 \\ (Q): x - y + z - 1 = 0 \end{array}$

$\begin{cases} (R) \perp (P) \\ (R) \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_R} = \left[\overrightarrow{n_P}; \overrightarrow{n_Q}\right] = (2, 0, -2)$

$(R): x - z + D = 0$

$d\left[o, (R)\right] = 2 \Leftrightarrow \dfrac{|D|}{\sqrt{2}} = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D = 2\sqrt{2} \\ D = -2\sqrt{2} \end{array}\right.$

$(R_1): x - 2 + 2\sqrt{2} = 0$

$(R_2): x + 2 + 2\sqrt{2} = 0$

Câu VIIa) Ta có: $z = ai + b$

$|z| = \sqrt{2} \Rightarrow a^2 + b^2 = 2$ (1)

$z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$

Mà z^2 là thuần ảo $\Rightarrow a^2 - b^2 = 0$ (2)

Từ (1),(2)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ a^2 - b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} b = 1 \\ b = -1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a = -1 \end{array}\right. \end{cases}$$

Vậy z=1+i;z=1-i;z = -1+i;z= -1-i

Câu VIb)

1. Pt Δ: y=kx

$.\begin{cases} AH \perp \Delta \\ A \in AH \end{cases} \Rightarrow$(AH):x+ky-2k=0

.H=AH∩Δ $\Rightarrow H\left(\dfrac{2k}{1+k^2}; \dfrac{2k^2}{1+k^2}\right)$

.AH=d(H;Ox)

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2k}{1+k^2}\right)^2 + \left(\frac{2k^2}{1+k^2} - 2\right)^2 = \left(\frac{2k^2}{1+k^2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow k^4 - k^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ k^2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \ \ (l) \end{array}\right. \Leftrightarrow k = \pm\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$$

Vậy (Δ):y= $\pm\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$x

2. $(\Delta_n): \begin{cases} x = 3+t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ $\qquad (\Delta_2): \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$

+ VTCP $\overrightarrow{u_2} = (2,1,2)$

+ $A \in (\Delta_2)$

$\Rightarrow A(2,1,0)$

$+ M \in (\Delta_n) \Rightarrow M(3+t,t,t)$

$+ \begin{array}{l} \overrightarrow{AM} = (1+t, t-1, t) \\ \overrightarrow{u_2} = (2,1,2) \end{array} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{u_2}\right] = (t-2; -2; -t+3)$

$$d\left[M;(\Delta_2)\right] = 1 \quad \Leftrightarrow \frac{\left|\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{u_2}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u}\right|} = 1$$

$$\Leftrightarrow (t-2)^2 + 4 + (-t+3)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow 2t^2 - 10t + 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 4 \end{array}\right.$$

Vậy: $\begin{array}{l} M_1(4,1,1) \\ M_2(7,4,4) \end{array}$

Câu VIIb) Giải hệ : $\begin{cases} x^2 - 4x + y + 2 = 0 & (1) \\ 2\log_2(x-2) - \log_{\sqrt{2}} y = 0 & (2) \end{cases}$

ĐK : $\begin{cases} x > 2 \\ y > 0 \end{cases}$

Pt(2)⇔ $2\log_2(x-2) - 2\log_2 y = 0 \Leftrightarrow \log_2(x-2) = \log_2 y \Leftrightarrow$ x-2=y (*)

Thay vào (1) : $x^2-4x+x-2+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \ \ (\text{loai}) \\ x = 3 \end{array}\right.$

x=3 $\xrightarrow{(*)}$ y = 1

Vậy nghiệm hệ (3;1).

Người giải: Trần Nhâ n – THPT Tâ n Bình.